Публикуется в авторском варианте
www.geoprofi.ru (15 апреля 2013 г.)

ОБРАТНАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ ЗАСЕЧКА ГРУППЫ ПУНКТОВ

Олейник Александр Васильевич, пенсионер.

В 1955 г окончил Киевский топографический техникум, а в 1978 г. заочный факультет МИИГАиК по специальности «прикладная геодезия». После окончания техникума работал в Дальневосточном аэрогеодезическом предприятии (Хабаровск), с 1959 г. – МАГП, с 1960 г. – ГИПРОРЫБХОЗ, с 2000 г – «ВНИИГеофизика», ЦентрГЕОН, с 2003 г. – «НицАТОМ», а с 2005 по 2011 гг. – «Атомсейсмоизыскания». В настоящее время пенсионер. «Отличник геодезии и картографии».

E-mail: tc-ao@yandex.ru

Резюме:

The formula for the solution of the return geodetic notch of group of points is removed, including: Potenota and Ganzena – special cases of the general task. The offered formula expands possibilities of application of the return notches.

ω1 and ω2 the task is reduced by finding of primychny binding corners to the simple solution of a chain of triangles on known formulas.

Examples of notches are given.

Выведена формула для решения обратной геодезической засечки группы пунктов, в том числе: Потенота и Ганзена – частных случаев общей задачи. Предлагаемая формула расширяет возможности применения обратных засечек.

Нахождением примычных связующих углов ω1 и ω2 задача сводится к простому решению цепочки треугольников по известным формулам.

Даны примеры засечек.

Из всех известных способов создания геодезического обоснования наиболее простыми для исполнения в поле являются обратные засечки, в частности: обычная обратная засечка (задача Потенота) и засечка пары точек (задача Ганзена). Для каждой из них предложено значительное количество формул. Засечки более двух пунктов практически не применяются.

Ниже предлагается универсальная, и в то же время простая, формула решения обратных засечек любого числа определяемых пунктов (один и более) – **Обратная геодезическая засечка группы пунктов**. Задача Потенота и Задача Ганзена – её частные случаи.

Рассмотрим засечку, схема которой представлена на рис. 1, где A, B, C – исходные пункты.

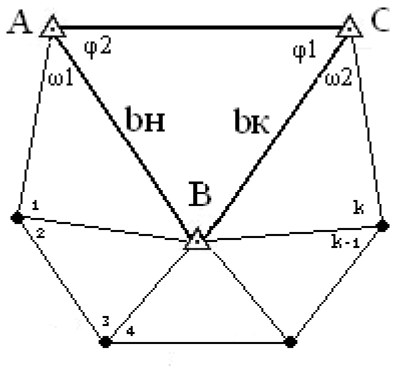


Рис. 1. Обратная геодезическая засечка группы пунктов

Обозначим:
bн, bк – начальная и конечная исходные стороны цепочки треугольников;
φ1, φ2 - углы при исходных пунктах, лежащие против исходных сторон:
bн и bк;
1, 2, … k – измеренные углы βi;
n – число вершин многоугольника, образованного определяемыми и исходными пунктами, кроме полярного пункта В.

В соответствии с принятыми обозначениями можно написать два уравнения:

$$\text{Sin } \omega 2 = \frac{\text{bн}}{\text{bк}} * \frac{\text{Sin } 2 * \text{Sin } 4 \ldots * \text{Sin } k}{\text{Sin } 1 * \text{Sin } 3 \ldots * \text{Sin } (k-1)} * \text{Sin } \omega 1$$

$$\omega 2 = 180(n-2) - \Sigma\beta - \Sigma\varphi - \omega 1$$

Введём обозначение: γ = 180(n-2) – Σβ – Σφ. Второе уравнение будет иметь вид: ω2 = γ – ω1.

Откуда:

$$\text{Sin } \omega 2 = \text{Sin } \gamma * \text{Cos } \omega 1 - \text{Cos } \gamma * \text{Sin } \omega 1$$

Приравняв значения Sin ω2 из двух уравнений и поделив обе части равенства на Sin γ * Sin ω1, получим формулу для вычисления примычного связующего угла ω1:

$$\text{Ctg } \omega 1 = \frac{\text{bн}}{\text{bк}} * \frac{\text{Sin } 2 * \text{Sin } 4 \ldots * \text{Sin } k}{\text{Sin } 1 * \text{Sin } 3 \ldots * \text{Sin } (k-1) * \text{Sin } \gamma} + \text{Ctg } \gamma \qquad (1)$$

Учитывая то, что в вычислении углов ω1 и ω2 используются одни и те же данные, формулу (1) можно представить в таком виде:

$$\text{Ctg } \omega 1 = \frac{\text{bн}}{\text{bк}} * \frac{\text{M}}{\text{Sin } \gamma} + \text{Ctg } \gamma \qquad (1.1)$$

$$\text{Ctg } \omega 2 = \frac{\text{bк}}{\text{bн}} * \frac{1}{\text{M} * \text{Sin } \gamma} + \text{Ctg } \gamma \qquad (1.2)$$

где $\text{M} = \frac{\text{Sin } 2 * \text{Sin } 4 \ldots * \text{Sin } k}{\text{Sin } 1 * \text{Sin } 3 \ldots * \text{Sin } (k-1)}$

Рассматривая формулу (1) и соответствующую ей схему (рис. 1), видим, что число определяемых пунктов может быть любым. Лишь бы углы, входящие в формулу, имели допустимые значения для связующих углов.

Оставим в сети (рис. 2) только один определяемый пункт, что не противоречит формуле (1).

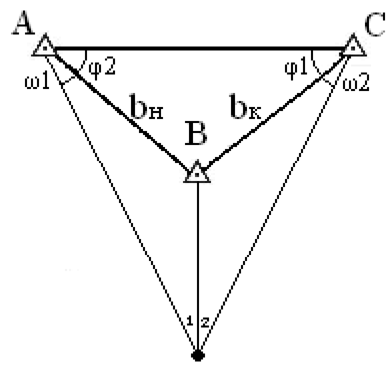


Рис 2. Засечка пункта по трём исходным (Задача Потенота) – частный случай обратной засечки группы пунктов.

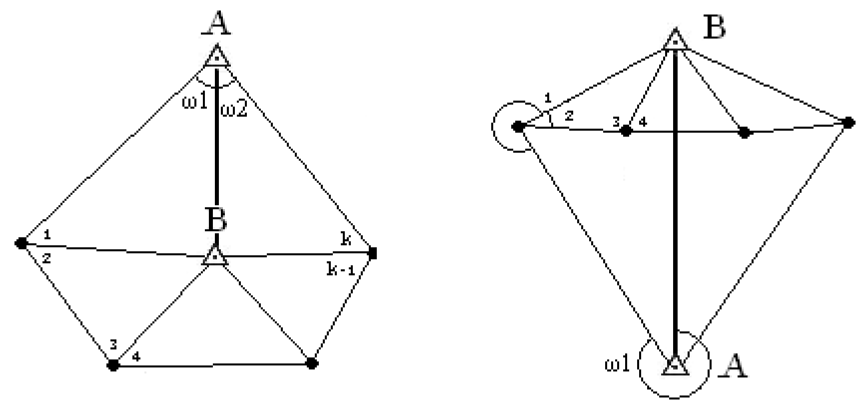
Публикуется в авторском варианте
www.geoprofi.ru (15 апреля 2013 г.)

В этом случае $M = \frac{\text{Sin } 2}{\text{Sin } 1}$ и засечка пункта по трём исходным – **задача Потенота** – решается по упрощённой формуле:

$$\text{Ctg } \omega 1 = \frac{b_н}{b_к} * \frac{\text{Sin } 2}{\text{Sin } 1 * \text{Sin } \gamma} + \text{Ctg } \gamma \qquad (2)$$

где угол $\gamma = 180(n\text{-}2) - \Sigma\beta - \Sigma\varphi$

Будем сближать пункты А и С.. Когда А и С совместятся в пункте А (рис. 3), цепочка треугольников замкнётся на ту же исходную сторону, от которой началась.



а) б)

Рис. 3. Варианты схемных решений обратной засечки группы пунктов

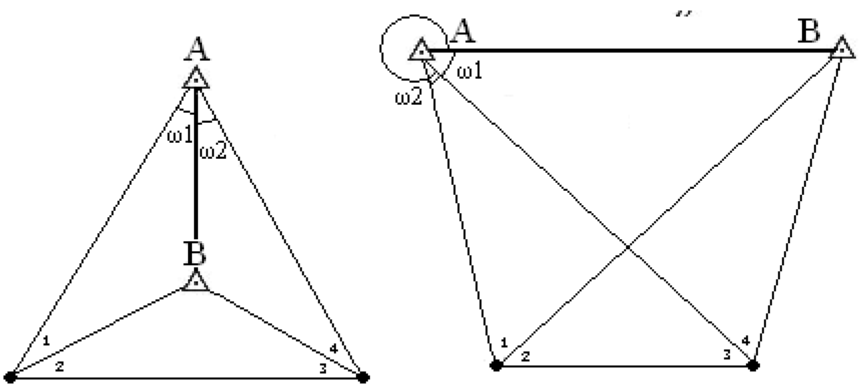
В этом случае в формуле (1) множители $\frac{b_н}{b_к}$ или $\frac{b_к}{b_н}$ будут равны 1, она упростится и примет вид:

$$\text{Ctg } \omega 1 = \frac{\text{Sin } 2 * \text{Sin } 4 \ldots * \text{Sin } k}{\text{Sin } 1 * \text{Sin } 3 \ldots * \text{Sin } (k-1) * \text{Sin } \gamma} + \text{Ctg } \gamma \qquad (3)$$

Оставим в сети только два пункта и **Задача Ганзена** (рис. 4) решается по по формуле:

$$\text{Ctg } \omega 1 = \frac{\text{Sin } 2 * \text{Sin } 4}{\text{Sin } 1 * \text{Sin } 3 * \text{Sin } \gamma} + \text{Ctg } \gamma \qquad (4)$$

где угол $\gamma = 180(n\ \text{-}2) - \Sigma\beta$.



а) б)

Рис.4. Засечка пары точек (Задача Ганзена) – частный случай обратной засечки группы пунктов.

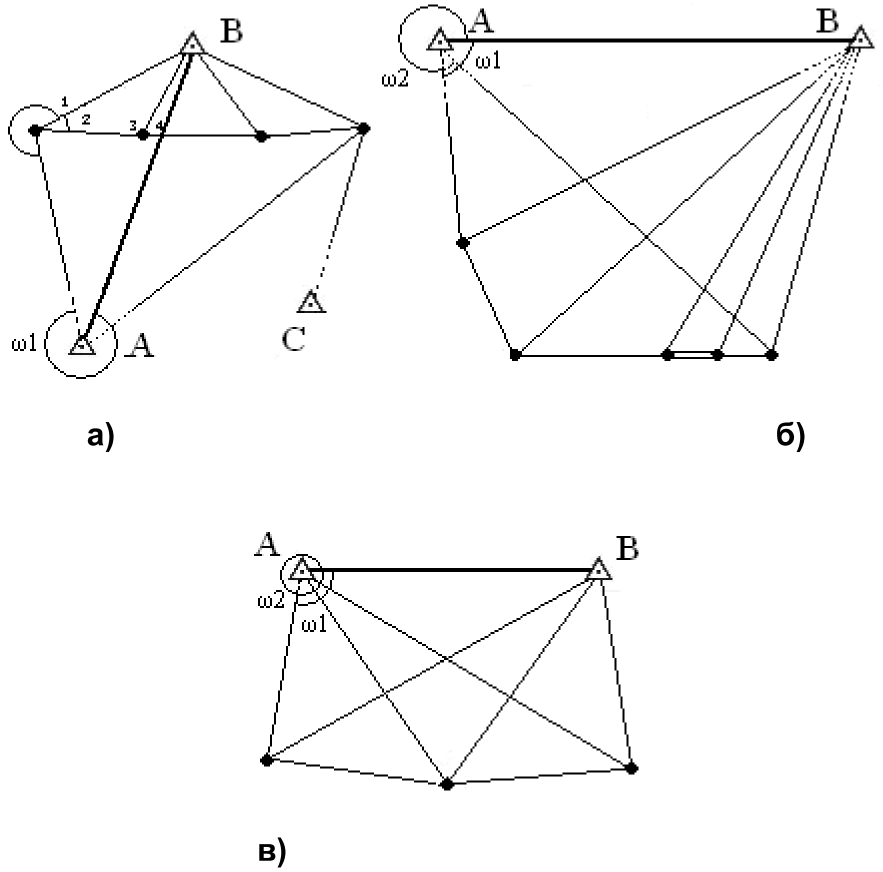


Рис. 5. Варианты обратных засечек с контролем

По измеренным и найденным примычным углам известным способом решаются цепочки треугольников, и находятся координаты искомых пунктов. Для контроля обратных засечек выполняют дополнительные измерения.

Предлагаемые формулы расширяют возможности применения обратных засечек. Они могут использоваться для ориентирования съёмочных сетей, привязок к пунктам, утратившим наружный знак или недоступных для установки инструмента, для быстрого построения сетей съёмочного обоснования с минимумом рабочего персонала.

Современное топографо-геодезическое производство отличается острым дефицитом кадров с одной стороны, и широкими возможностями, которые предлагает вычислительная техника – с другой. На этом фоне **обратная геодезическая засечка группы пунктов** имеет дополнительные достоинства.

Примеры решения обратных засечек.

Задача Потенота

На схеме (Рис.2) дана засечка 1 пункта по 3 исходным.

Для упрощения расчётов данные для условной сети примем такие:

$b_н = b_к = b$ – начальная и конечная исходные стороны равны;

$\varphi 1 = \varphi 2 = 30^o$ - углы при исходных пунктах, лежащие против исходных сторон: $b_н$ и $b_к$;

1 = 2 = 30° – измеренные углы

n = 3 – число вершин многоугольника, образованного определяемыми и исходными пунктами, кроме полярного.

Формула: Ctg ω1 $= \frac{\text{Sin } 2*\text{Sin } 4...*\text{Sin } k}{\text{Sin } 1*\text{Sin } 3...*\text{Sin } (k-1)*\text{Sin } \gamma}$ + Ctg γ; γ = 60 градусов

Решение: Ctg ω1 $= \frac{b_\text{н}}{b_\text{к}} * \frac{\text{Sin } 2}{\text{Sin } 1*\text{Sin } \gamma}$ + Ctg γ $= \frac{b*0.5}{b*0.5*\frac{\sqrt{3}}{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

Вычисленный угол ω1 равен 30°.

Задача Ганзена

На схеме (Рис. 4а) дана засечка 2 пунктоаа по 2 исходным.

Для упрощения расчётов данные для условной сети примем такие:

bн = bк = 1 – цепь треугольников замыкается сама на себя;

1 = 2 = 3 = 4 = 30° – измеренные углы;

n = 3 – число вершин многоугольника, образованного исходным пунктом и определяемыми, без полярного.

Формула: Ctg ω1 $= \frac{\text{Sin } 2*\text{Sin } 4...*\text{Sin } k}{\text{Sin } 1*\text{Sin } 3...*\text{Sin } (k-1)*\text{Sin } \gamma}$ + Ctg γ; γ = 60° ;

Решение: Ctg ω1 $= \frac{\text{Sin } 2*Sin\ 4}{\text{Sin } 1*\text{Sin } 3*\text{Sin } \gamma}$ + Ctg γ $= \frac{0.5*0.5}{0.5*0.5*\frac{\sqrt{3}}{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$;

Вычисленный угол ω1 равен 30°.

Обратная засечка группы пунктов

На схеме (рис.1) дана засечка 4 пунктов по 3 исходным.

Для упрощения расчётов данные для условной сети примем такие:

bн = bк = b – начальная и конечная исходные стороны равны;

φ1= φ2 = 60° - углы при исходных пунктах, лежащие против исходных сторон: bн и bк;

k = 8 – число измеренных углов;

1 = 8 = 30° – измеренные углы;

2=3=4=5=6=7 = 60°– измеренные углы;

n = 6 – число вершин многоугольника, образованного определяемыми и исходными пунктами, кроме полярного.

Формула: Ctg ω1 $= \frac{\text{Sin } 2*\text{Sin } 4...*\text{Sin } k}{\text{Sin } 1*\text{Sin } 3...*\text{Sin } (k-1)*\text{Sin } \gamma}$ + Ctg γ;

γ = 180(n-2) – Σβ – Σφ =720 – 540 – 120 = 60°.

Решение: Ctg ω1 $= \frac{b_\text{н}}{b_\text{к}} * \frac{\text{Sin } 2*Sin\,4*Sin\,6*Sin\,8}{\text{Sin } 1*\text{Sin } 3*\text{Sin } 5*\text{Sin } 7*\text{Sin } \gamma}$ + Ctg γ.

Сократим равновеликие величины в дробях (в реальной засечке это не получится – там все углы будут разные).

Получим: Ctg ω1 $= \frac{1}{\text{Sin } \gamma}$ + Ctg γ $= \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$.

Вычисленный угол ω1 равен 30°.

Хотя в примерах взяты условные значения вместо измеренных, они дают представление о том, что формула работает и она достойна внимания специалистов

Литература

1.Чеботарёв А.С., Селиханович В.Г., Соколов М.Н., Геодезия, ч. 2, М..1962 г., 615 с.